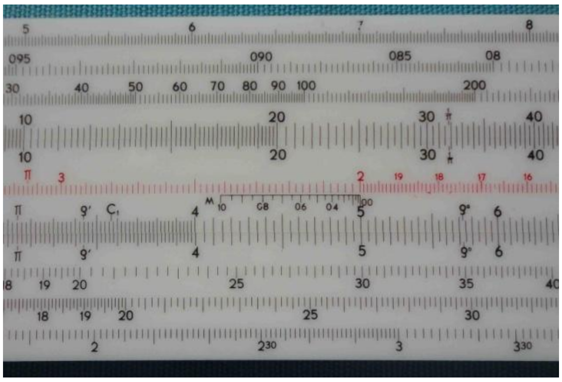
LA ESCALA M

EN LAS REGLAS DE LA MARCA POLACA

SKALA



Angel Carrasco (Roger)

A Martina,
que está por llegar
y la esperamos con impaciencia.

Madrid, mayo 2012

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a mis compañeros de la Asociación Española de Amigos de la Regla de Cálculo (ARC), Álvaro González y José G. Fernández por la paciente revisión del manuscrito aportando todo tipo de sugerencias y comentarios, que sin ninguna duda lo han enriquecido y por la amable y desinteresada traducción al inglés.

También a Gonzalo Martín, por poner a disposición de todos, su magnífica colección de reglas francesas, particularmente las de la marca Graphoplex, en su página web www.photocalcul.com, que ha sido de gran ayuda a la hora de comparar modelos.

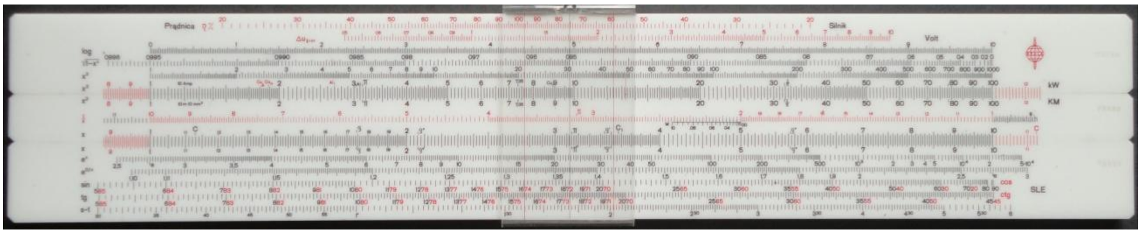
Y por supuesto a Jorge Fabregas, el verdadero culpable de todo esto por haber creado la Asociación a través de su página web www.reglasdecalculo.com.

ÍNDICE

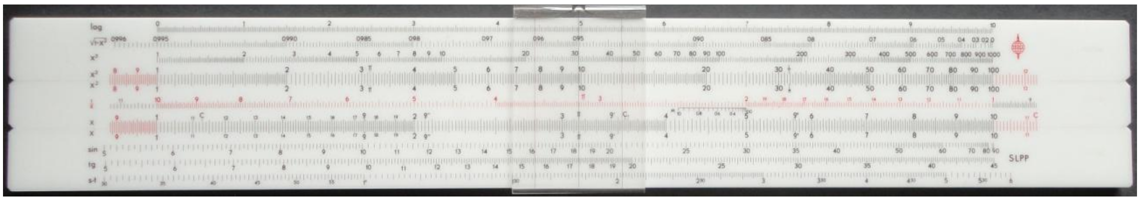
1.- INTRODUCCIÓN

La resolución de un triángulo rectángulo tiene numerosas aplicaciones prácticas dentro del ámbito técnico, como la transformación de coordenadas cartesianas a coordenadas polares o la representación de números complejos en forma polar, definiendo módulo y argumento a partir de las partes real e imaginaria respectivamente.

La pequeña escala señalada con la letra M, que aparece en los modelos ELEKTRO SLE y SLPP de la marca polaca SKALA, sirve para resolver triángulos rectángulos de una manera sencilla y rápida. Además proporciona una precisión mayor que la que se consigue con el uso de las escalas trigonométricas tradicionales.



SKALA ELEKTRO SLE



SKALA SLPP

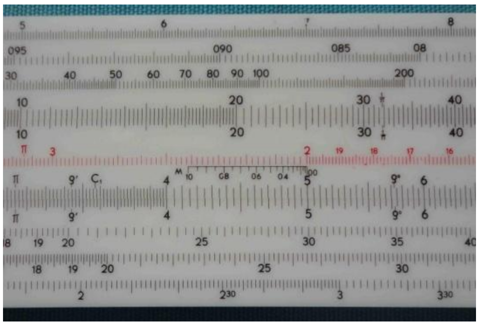
En este artículo se describe de forma detallada la escala M, se explica su uso y se describen los procedimientos de resolución de triángulos rectángulos con otros tipos de reglas mediante el uso de las escalas trigonométricas habituales, aplicando el teorema de los senos.

En los espacios necesariamente reducidos de los manuales de las reglas de cálculo, no resulta posible explicar con detalle las bases teóricas que sirven para resolver las diferentes operaciones matemáticas dando, en su lugar, una serie de recetas.

En este artículo se ha tratado de explicar dichas bases en la creencia de que es más sencillo recordar la secuencia de movimientos y lecturas en las escalas de las reglas cuando se conoce el fundamento teórico correspondiente.

2.- DESCRIPCIÓN DE LA ESCALA

La pequeña escala M se encuentra situada en la reglilla, entre las escalas C y CI y se desarrolla en una longitud de aproximadamente 2 cm.

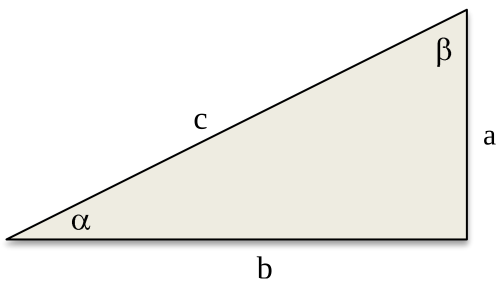


Los valores de la escala M van del 0 al 1 y crecen de derecha a izquierda. El valor 0 de la escala M está situado encima del 5 de la escala C y el 1 sobre el 4,14 de dicha escala.

3.- FUNDAMENTO DE LA ESCALA

En un triángulo rectángulo cuyos catetos son **a** y **b**, el valor de la hipotenusa **c** se obtiene fácilmente mediante aplicación directa del conocido teorema de Pitágoras, como:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$



Esta misma relación se puede escribir de la siguiente forma:

$$c = b + \Delta$$

Siendo:

$$\Delta = \frac{a^2}{b} \cdot M$$

Donde:

$$M = \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x^2}$$

Y

$$x = \frac{a}{b}$$

En esta relación **a** es el menor de los dos catetos, es decir siempre se cumple:

$$a \le b$$

La demostración de que efectivamente ambas escrituras son equivalentes es muy simple, basta con sustituir el valor de **x** en **M** y posteriormente el de **M** en **Δ.**

Siguiendo el procedimiento indicado quedaría:

$$M = \frac{\sqrt{1+\left(\frac{a}{b}\right)^2}-1}{\left(\frac{a}{b}\right)^2}$$

Y

$$\Delta = \frac{a^2}{b} \cdot \frac{\sqrt{1+\left(\frac{a}{b}\right)^2}-1}{\left(\frac{a}{b}\right)^2}$$

Operando queda:

$$\Delta = b \cdot \sqrt{1+\left(\frac{a}{b}\right)^2} - b$$

Sustituyendo este valor de Δ**,** en la primera ecuación queda:

$$c = b \cdot \sqrt{1+\left(\frac{a}{b}\right)^2}$$

Es decir

$$c = b \cdot \sqrt{\frac{a^2+b^2}{b^2}}$$

Y finalmente

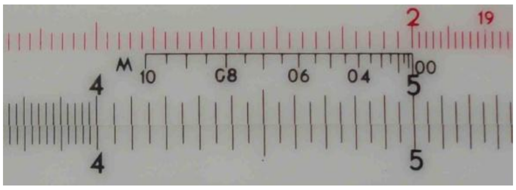
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Con lo que queda demostrada la igualdad de las dos ecuaciones propuestas.

Mediante la aplicación de este procedimiento y haciendo uso de la escala M, se obtiene de forma directa el valor de **Δ** y, mediante una simple suma, el de la hipotenusa del triángulo **c**.

4.- POSICIÓN DE LA ESCALA EN LA REGLA

Un aspecto relativamente curioso y que merece un poco de atención es la posición que ocupa la escala M dentro de la regla. En primer lugar y a diferencia de las escalas usuales se desarrolla, como ya se ha comentado, en una longitud de sólo 2 cm aproximadamente, entre los valores 4,14 y 5 de la escala C.



Como veremos a continuación, esta posición está condicionada por lo valores máximo y mínimo que puede tomar **M** en función del valor de **x**.

El valor de x es la relación entre el cateto menor y el mayor o lo que es lo mismo, es el valor de la tangente del ángulo formado por la hipotenusa y el cateto mayor, que denominaremos **α** en lo sucesivo, y por tanto solamente puede tomar valores entre “0” y “1”, ya que el valor del ángulo α será como máximo de 45º.

El valor **x = 1** corresponde al caso en el que **a** y **b** son iguales, es decir cuando el triángulo, además de rectángulo, es isósceles.

En este caso resulta fácil ver que el valor de **M** es:

$$M = \sqrt{2} - 1 = 0.414$$

Lo que ya no resulta tan evidente es que cuando el valor de x es infinitamente pequeño, es decir prácticamente cero, M = 0.5.

Para explicarlo hay que echar mano del cálculo infinitesimal y de la teoría de límites.

En efecto, para calcular el valor que toma M cuando x es infinitamente pequeño, es necesario calcular el límite de la función M, cuando x tiene un valor muy próximo a cero, es decir:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x^2}$$

En realidad esta situación no se alcanzaría nunca y correspondería al caso teórico en el que **a = 0**. En este caso obviamente no llegaría a construirse ningún triángulo, pero para valores de **a** muy pequeños frente al valor de **b**, obtendríamos valores de x próximos a cero.

Si en la función **M**, se hace **x = 0**, obtenemos lo que en teoría de límites se conoce como una indeterminación de tipo 0/0.

Este tipo de indeterminaciones en la teoría de límites, se resuelve aplicando la regla de L'Hôpital.

Esta regla recibe el nombre del matemático francés del siglo XVII Guillaume François Antoine, Marqués de L'Hôpital (1661-1704), quien dio a conocer la regla en su obra "*Analyse des infinements petits pour l'intelligence des lignes courbes*" en 1692.


ANALYSE
DES
INFINIMENT PETITS.
PREMIERE PARTIE.
DU CALCUL DES DIFFERENCES.
SECTION PREMIERE.
Où l'on donne les regles de ce calcul.
DEFINITION I.

El enunciado de la regla de L'Hôpital es, en esencia, el siguiente:

Si f (x) y g (x) son dos funciones derivables (es decir, existe la función derivada) en un entorno de un punto p en el cual se cumple:

$$f(p) = g(p) = 0$$

Y además se cumple que la función derivada de g(x) en el punto p no se anula, es decir:

$$g'(p) \neq 0$$

Entonces, si existe

$$\lim_{x \to p} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

También existe

$$\lim_{x \to p} \frac{f(x)}{g(x)}$$

Y además son iguales, es decir

$$\lim_{x \to p} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim_{x \to p} \frac{f(x)}{g(x)}$$

Aplicando la regla de L'Hôpital a la función M, siendo en este caso p = 0, resulta:

$$f(x) = \sqrt{1+x^2} - 1$$
$$g(x) = x^2$$

Las funciones derivadas de estas son:

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$
$$g'(x) = 2x$$

Por tanto, dividiendo numerador y denominador por x, queda finalmente:

$$\lim_{x \to 0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{1}{2\sqrt{1+x^2}} = 0.5$$

En resumen, los valores extremos de la función **M** son: 0.414 para x = 1 y 0.5 para x = 0, lo que explica la posición de esta escala en la regla, estando directamente enfrentada con la escala C sobre los valores 4.14 y 5.00 respectivamente.

La longitud exacta de la escala M, para una regla con escalas desarrolladas en 250 mm, es:

L_M = (log 5.00 – log 4.14)*250 = **20.49 mm**

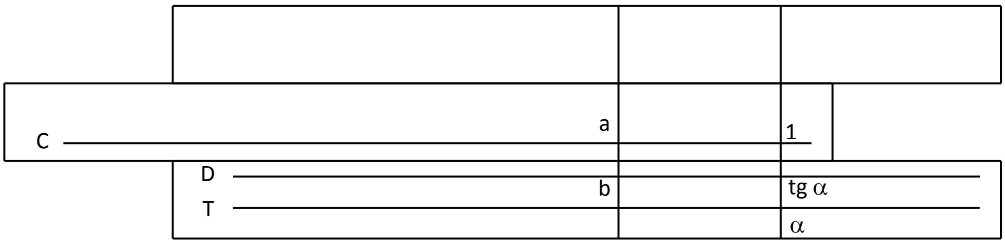
5.- FUNCIONAMIENTO DE LA ESCALA

En este apartado se describe detalladamente el procedimiento que debe seguirse para la resolución de un triángulo rectángulo mediante el empleo de la escala **M**.

En primer lugar y con ayuda de las escalas **C** y **D**, se calcula el valor de **x = tg** α, teniendo en cuenta que **a** corresponde al menor de los catetos.

Esta operación se realiza fácilmente colocando el valor de **a**, en la escala **C**, sobre el valor de **b**, en la escala **D**. Bajo el **1** de la escala **C**, se podrá leer el valor de **tg** α.

El correspondiente ángulo **α** se obtiene directamente sobre la escala **T**, teniendo en cuenta que estas reglas tienen las escalas angulares divididas en minutos y no en décimas de grado.

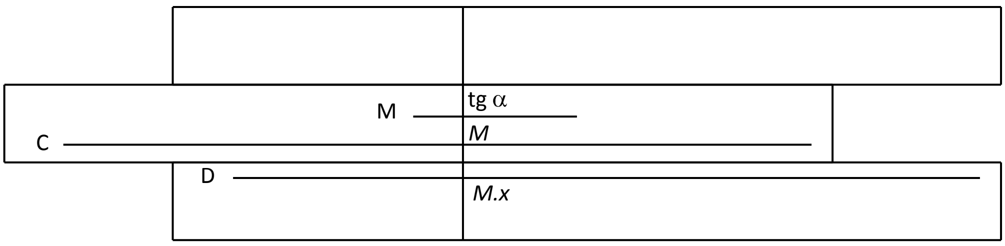


Si al obtener el valor de x, la escala **M** quedara fuera del rango de la escala **D**, con ayuda del cursor se deberá desplazar la reglilla sustituyendo el **1** situado a la izquierda de la escala **C** por el **10** situado a la derecha de la misma escala, como en cualquier otro tipo de cálculos con la regla. A partir de aquí el procedimiento es el mismo.

Con ayuda del cursor y sin mover la reglilla se lleva el valor obtenido de **x** sobre la escala **M**. Sobre la escala **D** se leerá entonces el resultado del producto

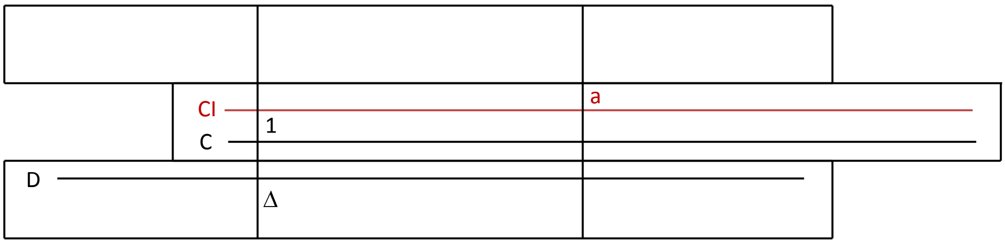
$$M \cdot x = M \cdot \frac{a}{b}$$

Obsérvese que en realidad el valor de la función **M** se lee en la escala **C** y no en la propia escala **M**.



Para obtener finalmente el valor de **Δ,** falta multiplicar el resultado anterior de nuevo por **a**. Para ello resulta más cómodo emplear la escala **CI**, es decir dividir por el inverso de **a**.

Para realizar esta operación, sin mover el cursor, se desplaza la reglilla hasta leer en la línea principal de este el valor de **a** en la escala recíproca **CI**. El valor de **Δ** se podrá leer directamente en la escala **D**, bajo el 1 de la escala **C**.



Ahora solo queda sumar a este valor el de **b**, para obtener la hipotenusa.

Cuando el valor de x es muy pequeño y por tanto resulta difícil colocarlo con cierta precisión sobre la escala M (ya que en esta zona las divisiones de la escala están muy juntas entre sí), puede resultar más eficaz calcular de forma suficientemente aproximada el valor de Δ mediante la expresión:

$$\Delta = \frac{a^2}{2b} = \frac{a \cdot x}{2}$$

Ya que, como se ha comentado anteriormente, el valor de la función M se aproxima a 1/2 cuando x es próximo a cero.

Además, esta última expresión sirve, en cualquier caso, para conocer la posición de la coma en el resultado de Δ, siguiendo las conocidas reglas de los cálculos aproximados de tanteo, como se puede ver en los ejemplos siguientes.

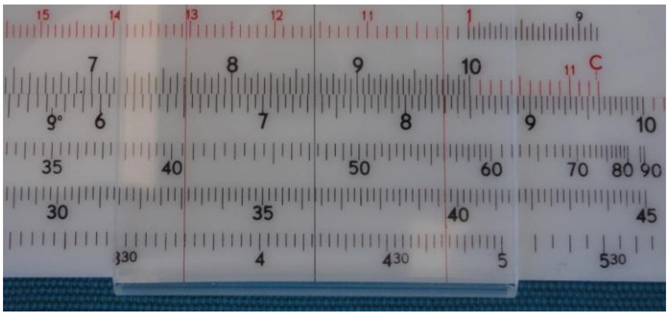
6.- EJEMPLOS

Ejemplo nº 1. Resolver el triángulo cuyos catetos valen: a = 7,35 y b = 8,65

Solución:

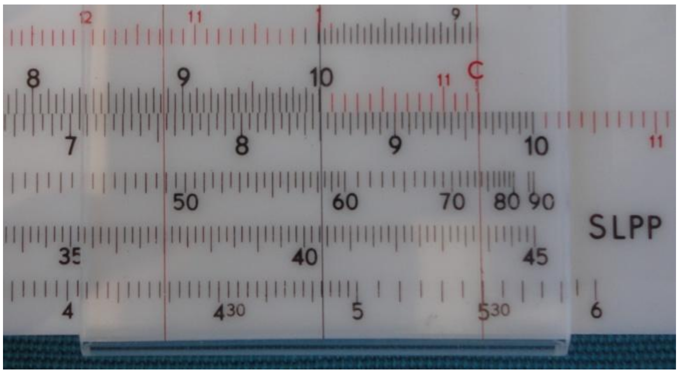
En primer lugar calculamos el valor de x = tg α:

$$x = \frac{a}{b} = \frac{7{,}35}{8{,}65} = 0{,}85$$



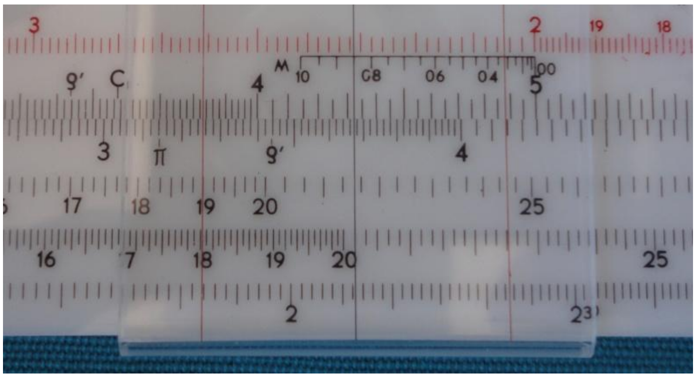
Sobre la escala T, podemos leer el valor del ángulo α, siendo:

$$\alpha = 40^{o}\ 21'$$



Trasladando el resultado obtenido de x, sobre la escala M, podemos leer sobre la escala C, el valor de M, en este caso:

M = 0,432

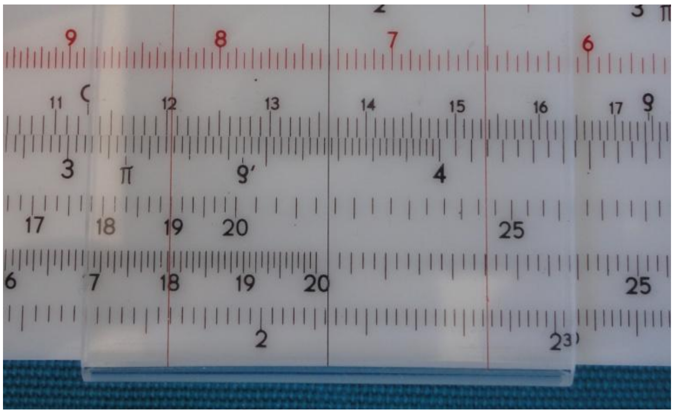


Sobre la escala D se puede leer, aunque solo tiene interés didáctico, el producto intermedio:

$$M \cdot x = M \cdot \frac{a}{b}$$

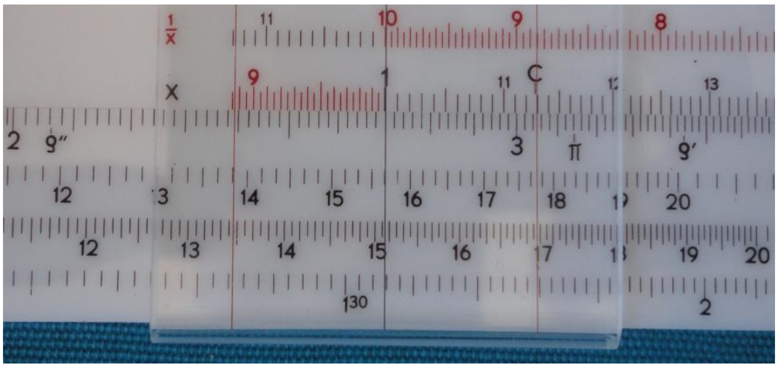
Pero para obtener, finalmente el valor de Δ, falta todavía multiplicar el resultado anterior otra vez por **a**.

Resulta más cómodo, sin embargo, dividir por el inverso de a, para lo cual, sin mover el cursor, se hace coincidir el valor de **a**, sobre la escala **CI**, con la línea principal del cursor.



Bajo el 1 de la escala C, se puede leer el valor de Δ sobre la escala D que resulta:

Δ = 2,7



La posición de la coma se ha obtenido mediante el siguiente cálculo aproximado:

$$\frac{a \cdot x}{2} = \frac{7 \cdot 0{,}8}{2} = 2{,}8$$

Como se ha visto, no resulta necesario leer los resultados intermedios de las operaciones efectuadas para obtener el valor de **M** o el del producto auxiliar intermedio **M*x**.

Para obtener el valor de la hipotenusa falta solamente sumar el valor de Δ al del cateto mayor, es decir:

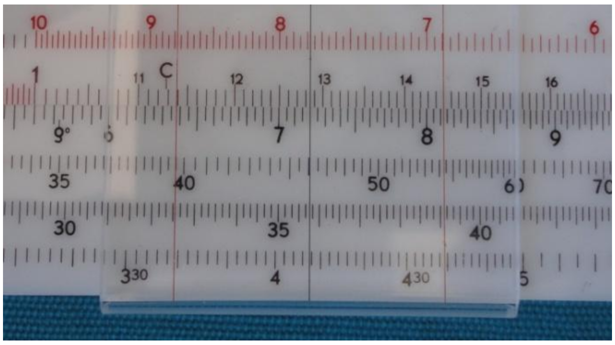
c = Δ + b = 2,70 + 8,65 = **11,35** (valor exacto c = 11.351)

Ejemplo nº 2. Resolver el triángulo cuyos catetos valen: a = 7,20 y b = 12,85

Solución:

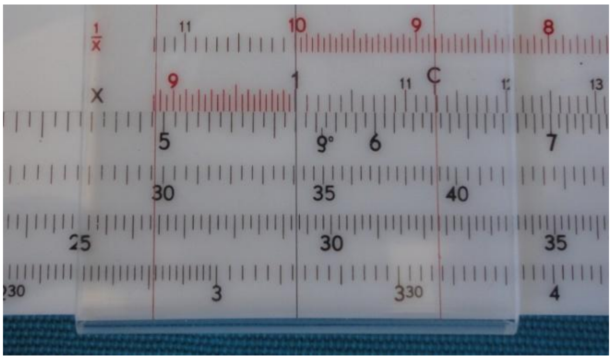
Como en el caso anterior calculamos el valor de x = tg α:

$$x = \frac{a}{b} = \frac{7{,}20}{12{,}85} = 0{,}56$$

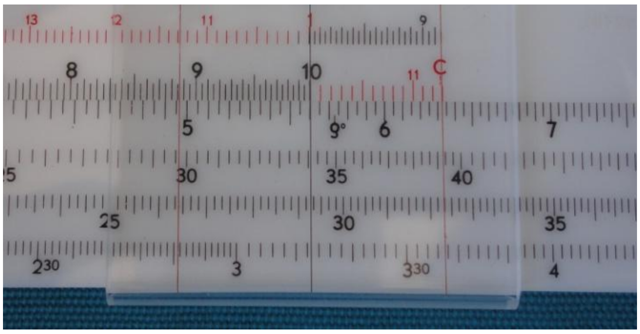


Sobre la escala T, podemos leer el valor del ángulo α, que ahora es:

α = 29º 15’

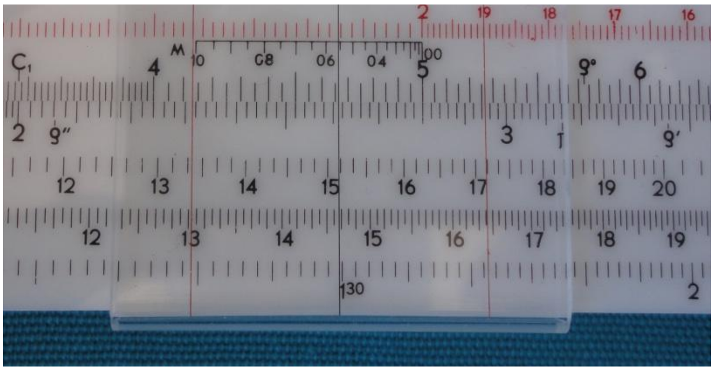


En este caso la escala M queda fuera del rango de lecturas de la escala C y por tanto es necesario trasponer la reglilla. Para ello, sin mover el cursor (que ya está colocado sobre el 1 de la escala C), se desplaza completamente la reglilla hasta hacer coincidir el 10 de dicha escala con la línea principal del cursor.

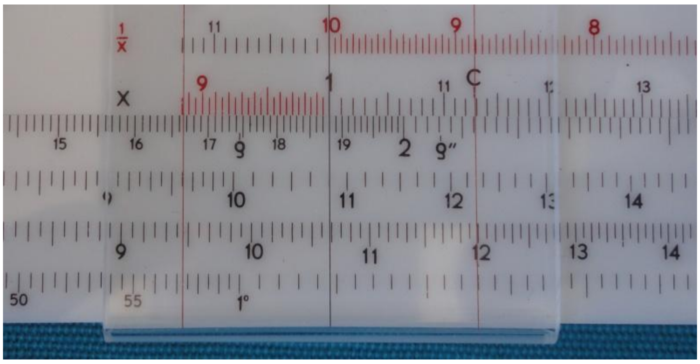


A partir de aquí el procedimiento es exactamente el mismo que en el ejemplo anterior, obteniéndose los siguientes resultados:

M = 0,466



Δ = 1,88



Donde la posición de la coma se ha obtenido mediante el siguiente cálculo aproximado:

$$\frac{a \cdot x}{2} = \frac{7 \cdot 0{,}5}{2} = 1{,}75$$

Y finalmente:

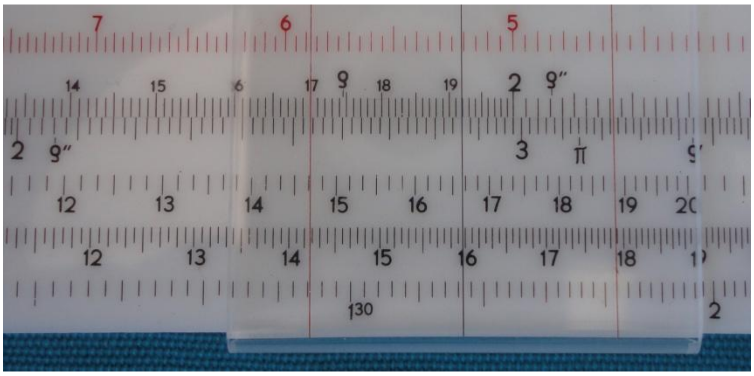
c = Δ + b = 1,88 + 12,85 = **14,73** (valor exacto c = 14.73)

Ejemplo nº 3. Resolver el triángulo cuyos catetos valen: a = 2,86 y b = 19,20

Solución:

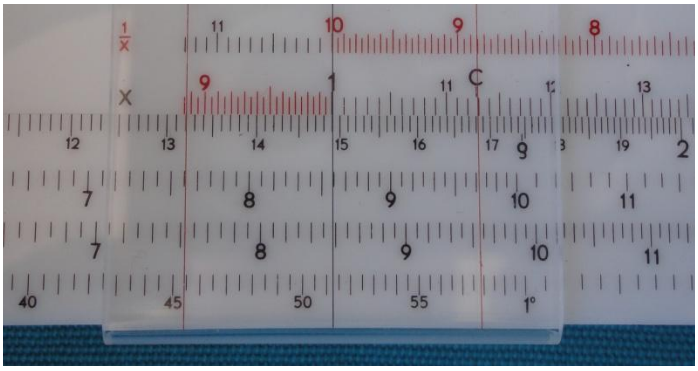
En este caso el valor de x = tg α es:

$$x = \frac{a}{b} = \frac{2,86}{19,20} = 0,149$$



Sobre la escala T, podemos leer el valor del ángulo α, obteniendo:

α = 8º 28’



En este ejemplo el valor de x es muy pequeño y resulta difícil colocarlo con precisión sobre la escala M, por lo que resulta más sencillo y suficientemente aproximado calcular:

$$\Delta = \frac{a^2}{2b} = \frac{a \cdot x}{2} = \frac{2,86 \cdot 0,149}{2} = 0,213$$

En este caso no resulta necesaria la operación aproximada para localizar la posición de la coma ya que nos la da directamente la operación anterior.

Y finalmente:

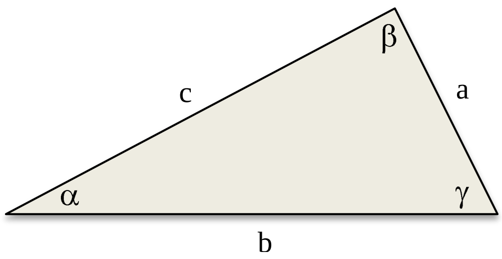
c = Δ + b = 0,213 + 19,20 = **19,413** (valor exacto c = 19.412)

7.- RESOLUCIÓN CON OTRAS REGLAS

La resolución de un triángulo cualquiera con una regla de cálculo se puede llevar a cabo de forma sencilla aplicando las proporciones al teorema de los senos.

$$\frac{a}{sen\alpha} = \frac{b}{sen\beta} = \frac{c}{sen\gamma}$$

Donde ***a***, ***b*** y ***c*** son los lados del triángulo y α, β y γ son los ángulos opuestos a cada lado respectivamente.



En el caso de que el triángulo sea rectángulo, siendo **a** y **b** los catetos y **c** la hipotenusa, resulta:

$$\gamma = 90^o$$

Y por tanto:

$$sen\ \gamma = 1$$

Además los ángulos α y β son complementarios, es decir entre los dos suman 90º, con lo cual:

$$sen\ \alpha = cos\ \beta$$
$$cos\ \alpha = sen\ \beta$$

Teniendo en cuenta todo lo anterior, el teorema de los senos, para un triángulo rectángulo, se puede escribir también de la siguiente forma:

$$\frac{a}{sen\alpha} = \frac{b}{\cos\alpha} = c$$

Multiplicando todos los términos por *sen* α, queda:

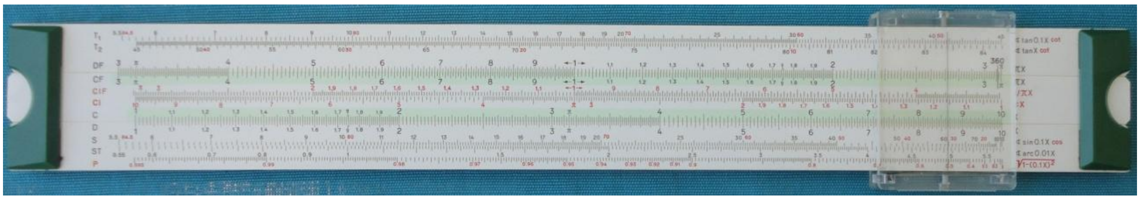
$$a = b \cdot tg\alpha = c \cdot sen\alpha$$

Aunque la teoría expuesta anteriormente es siempre la misma, sin embargo el procedimiento práctico, como veremos a continuación, depende del lugar en el que estén dispuestas las escalas trigonométricas **S** y **T** en la regla de cálculo.
La resolución de triángulos, tal como se ha explicado hasta aquí, no resulta posible cuando los valores de la escala **S** se leen contra las escalas de cuadrados **A/B**, en lugar de hacerlo sobre las escalas **C/D**.

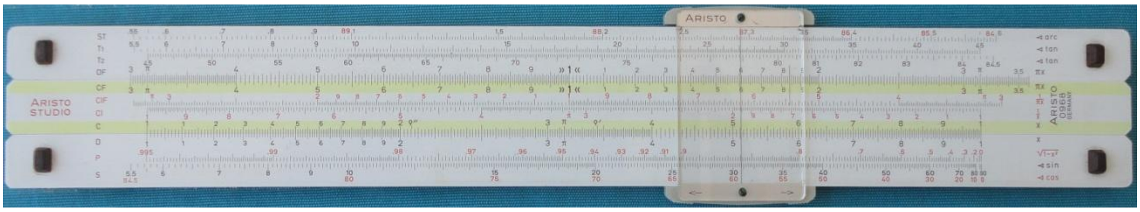
En algunos casos será necesario trasponer la reglilla cambiando, con ayuda del cursor, el índice de la izquierda (el 1 de la escala C) por el de la derecha (el 10 de la misma escala) o viceversa.

Escalas S y T en el cuerpo de la regla

Esta disposición es bastante frecuente en las reglas europeas, aunque en los modelos dúplex de la marca francesa Graphoplex y en algunos modelos de Aristo, estas escalas usualmente están situadas en la reglilla.



FABER-CASTELL 52/82



ARISTO 0968 STUDIO

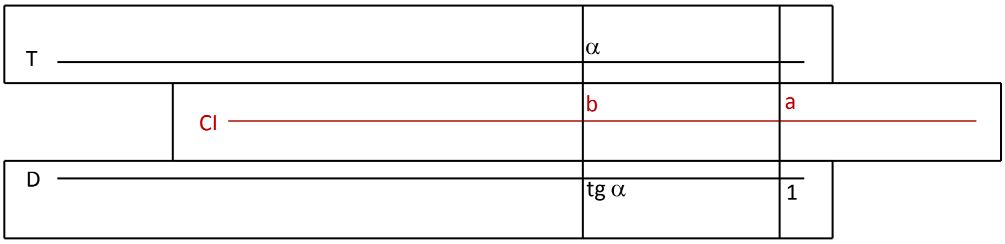
Para poder hacer uso de las proporciones en este tipo de regla de cálculo, resulta más interesante expresar las igualdades anteriores en función de los inversos de **a**, **b** y **c**, con lo cual quedaría finalmente:

$$\frac{1}{1/a} = \frac{tg\alpha}{1/b} = \frac{sen\alpha}{1/c}$$

El procedimiento operativo con la regla de cálculo es el siguiente:

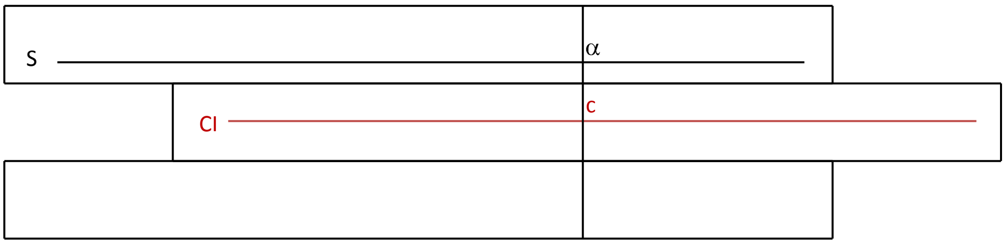
Colocamos el valor de **a** (se recuerda que **a** es el cateto menor) en la escala **CI**, sobre el 10 de la escala **D**.

Desplazamos el cursor hasta el valor de **b** en la escala **CI**. Sobre la escala **D** podemos leer el valor de ***tg* α** y sobre la escala **T** podemos leer el valor del ángulo **α**.



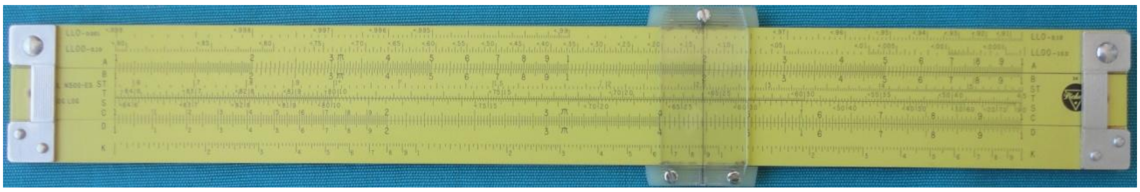
En algunos casos será necesario desplazar completamente la reglilla para sustituir el 10 por el 1 de escala **D**.

Sin mover la reglilla, desplazamos el cursor hasta leer el mismo ángulo **α** sobre la escala **S** y sobre la escala **CI** podremos leer el valor de la hipotenusa **c**.

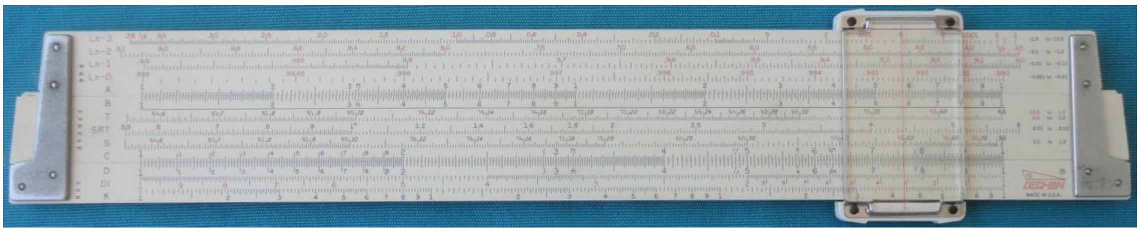


Escalas S y T en la reglilla

Esta disposición es bastante típica en reglas de fabricación norteamericana y en las reglas dúplex de la marca francesa Graphoplex.



PICKETT N-500-ES LOG LOG



KEUFFEL & ESSER 68-1100 DECI-LON

En este caso resulta más conveniente realizar antes una puntualización.

El teorema de los senos para un triángulo rectángulo puede escribirse también de forma inversa como:

$$\frac{sen\alpha}{a} = \frac{\cos\alpha}{b} = \frac{1}{c}$$

De aquí solo tiene interés práctico de cara a la resolución con la regla de cálculo la siguiente igualdad:

$$\frac{sen\alpha}{a} = \frac{1}{c}$$

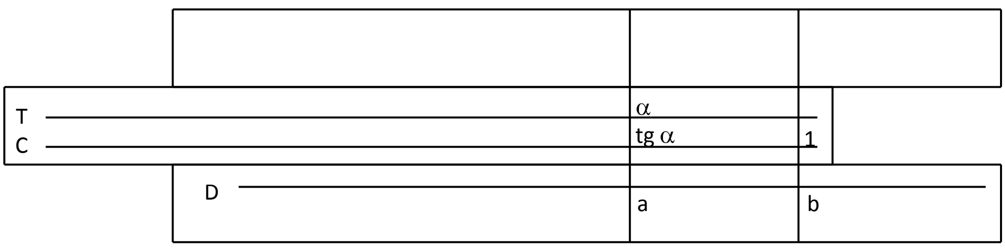
Además, dividiendo en la expresión inversa del teorema de los senos, por *cos* α, resulta

$$\frac{tg\alpha}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c \cdot \cos\alpha}$$

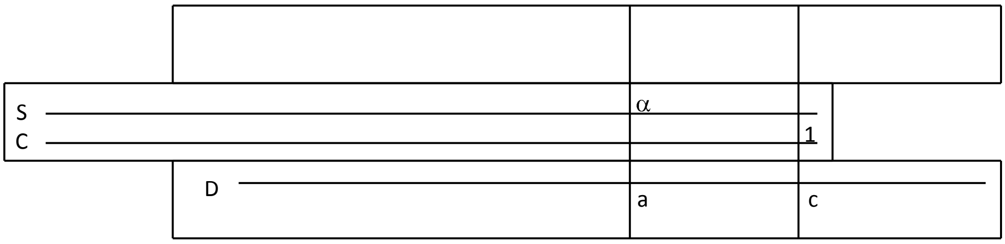
Y análogamente de aquí solo resulta interesante la primera igualdad, es decir:

$$\frac{tg\alpha}{a} = \frac{1}{b}$$

Para resolver el triángulo mediante estas expresiones se coloca el 10 de la escala **C** sobre el valor de **b** (b es el valor del cateto mayor) en la escala **D**. Sobre el valor de **a** en la escala **D**, se puede leer, en la escala **C**, el valor de ***tg*** α y en la escala **T** (que ahora se encuentra en la reglilla) el valor del ángulo α.



Sin mover el cursor, desplazamos la reglilla hasta colocar el valor de α de la escala S bajo la línea central del mismo. Entonces bajo el 1 de la escala **C**, se puede leer el valor de la hipotenusa **c** en la escala **D**. En algunos casos será necesario desplazar completamente la reglilla para sustituir el 10 por el 1 de escala **C**.



Escalas S y T en el reverso de la reglilla

Esta configuración de escalas es bastante habitual en reglas tipo “simplex” en las que las únicas escalas del reverso son las trigonométricas dispuestas en la reglilla.

ARISTO 99 RIETZ

GRAPHOPLEX 620

En estos casos resulta más práctico escribir las relaciones anteriores del siguiente modo:

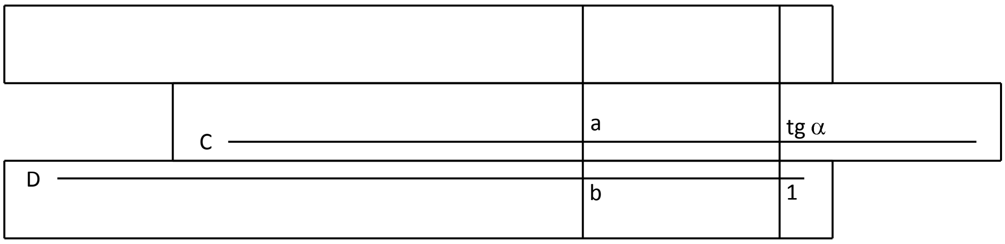
$$\frac{b}{a} = \frac{1}{tg\alpha}$$

Y

$$\frac{c}{a} = \frac{1}{sen\alpha}$$

Con las ecuaciones presentadas de esta forma, el procedimiento de operación con la regla, sería el siguiente:

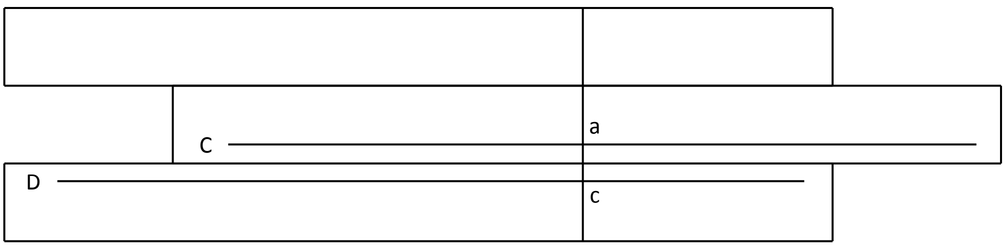
Se coloca el valor del cateto menor **a**, en la escala **C**, sobre el valor del cateto mayor **b**, de la escala **D**. Entonces, sobre el **1** de la escala **D** puede leerse el valor de **tg α**



En esta posición, se podrá leer en el reverso de la regla, sobre la escala T de la reglilla el valor del ángulo α.

Desplazamos la reglilla hasta leer el valor de α en la escala **S**.

Manteniendo esta posición de la reglilla y dando la vuelta a la regla, en el anverso y debajo del valor de **a** de la escala **C**, se podrá leer el valor de la hipotenusa **c**, en la escala **D**.



8.- CONCLUSIONES

Con objeto de establecer un criterio que sirva para comparar las diferentes disposiciones de las escalas se incluye una tabla resumen con el número de movimientos necesarios del cursor y de la reglilla para resolver cada uno de los ejemplos propuestos.

Esta tabla trata de mostrar la eficiencia de cada una de las disposiciones presentadas.

El recuento de los movimientos se ha realizado sin considerar escalas desplazadas, que no están disponibles en todas las reglas. Este tipo de escalas, en determinados casos, hacen innecesaria la trasposición de la reglilla, disminuyendo el número de movimientos.

En las reglas con las escalas en el reverso de la reglilla, para el recuento de movimientos se han empleado modelos en los que es posible la lectura tanto por la derecha, como por la izquierda, en caso contrario podría ser necesaria alguna trasposición más, con el consiguiente aumento en el número de movimientos necesarios.

		MOVIMIENTOS		
		CURSOR	REGLILLA	TOTAL
EJEMPLO 1 a = 7.35 b =8.65	SKALA	4	2	6
	S, T en la regla	4	2	6
	S, T en la reglilla	3	2	5
	S, T en el reverso	4	3	7
EJEMPLO 2 a = 7.20 b = 12.85	SKALA	4	3	7
	S, T en la regla	4	2	6
	S, T en la reglilla	3	2	5
	S, T en el reverso	3	2	5
EJEMPLO 3 a = 2.86 b = 19.20	SKALA	3	2	5
	S, T en la regla	4	2	6
	S, T en la reglilla	3	2	5
	S, T en el reverso	3	2	5

Como se puede apreciar en la tabla anterior no hay grandes diferencias en cuanto a la economía de movimientos, entre unas disposiciones y otras. Las pequeñas diferencias se deben a la necesidad de trasponer la reglilla en determinado casos.

Esta diferencia depende más de los datos iniciales del problema que de la propia disposición de las escalas. No se ha encontrado ninguna disposición de escalas con la que no sea necesario trasponer la reglilla en alguna ocasión.

En cuanto a la precisión en el resultado, como en todas las reglas, depende fundamentalmente de la longitud en la que estén desarrolladas las escalas y no de cómo estén dispuestas, ya que a mayor longitud, mayor es la separación entre divisiones y por tanto resultan más sencillas las lecturas correspondientes.

Todos los modelos empleados tienen las escalas desarrolladas en 25 cm de longitud (salvo la escala M obviamente), por lo que esto no aporta ninguna diferencia en cuanto a la precisión de los resultados.

En lo referente al cálculo del ángulo α, cualquiera que sea la disposición de las escalas el procedimiento es el mismo en todas las reglas es decir, se obtiene en primer lugar el valor de tg α y posteriormente, mediante la escala T, se obtiene el valor de dicho ángulo.

Por tanto la precisión en el cálculo del ángulo α es exactamente la misma en todas las reglas y no depende de la disposición de las escalas.

La diferencia sustancial se produce en el cálculo de la hipotenusa.

En las reglas que no disponen de la escala M, independientemente de la disposición de las escalas, el paso siguiente consiste en trasladar el valor de α a la escala S. La precisión en el resultado depende de la precisión con que se realice este ajuste.

Resulta sencillo ver, en este tipo de reglas, que la precisión aumenta al disminuir el valor del ángulo α, ya que las divisiones de la escala S son mayores para ángulos pequeños. Para valores de α por encima de los 25º (se recuerda una vez más que, por convenio, α nunca es mayor de 45º) no resulta fácil posicionar con suficiente precisión el valor del ángulo en la escala S. Si este tiene fracciones de grado, como suele ser habitual, la dificultad aumenta considerablemente.

En el caso de la escala M, el valor que debe utilizarse no es el de α, sino el de tg α, que es el que debe colocarse en la escala M. La precisión que se consigue con el empleo de esta escala es mucho mayor, sobretodo para valores altos del ángulo. Para valores de α inferiores a 10º se obtienen precisiones similares tanto con las escalas trigonométricas tradicionales como con la escala M.

Además, como se ha visto en el ejemplo nº 3, incluso en los casos de valores de tg α muy bajos, en los que resulta difícil un ajuste preciso en la escala M, el método simplificado propuesto proporciona valores muy próximos al valor exacto.

En resumen, en la resolución de un triángulo rectángulo con reglas SKALA en las que esté incorporada la escala M, el valor obtenido para el ángulo α tiene la misma precisión que los obtenidos con cualquier otra regla, sin embargo la diferencia en la precisión del cálculo de la hipotenusa resulta tanto mayor cuanto mayor es el valor de α.

9.- BIBLIOGRAFIA

1.- Additional “M” scale on polish SKALA SLE and SKALA SLPP 10 inches slide rules. Adam “Entrant” Paplinski. December 2010.

2.- The Slide Rule. A Complete Manual. Alfred L. Slater. Los Angeles City College. Holt, Rinehart and Winston, Inc. 1967

3.- Manuales Aristo, Faber-Castell y Graphoplex.